

Đáp án Toán Kinh tế 1 Học kỳ 1 năm học 2019 - 2020

Ngày thi: 20/12/2019

Câu 1 (1,5đ):

$$P_1 = 320 - 4Q_1, P_2 = 240 - 3Q_2$$

$$\text{Hàm lợi nhuận } \pi = R - C = 290Q_1 - 5Q_1^2 + 210Q_2 - 4Q_2^2 - 2Q_1Q_2 - 10 \quad (Q_1, Q_2 \geq 0) \quad (0,5\text{đ})$$

$$\begin{cases} \pi'_{Q_1} = 0 \\ \pi'_{Q_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 290 - 10Q_1 - 2Q_2 = 0 \\ 210 - 8Q_2 - 2Q_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 = 25 \\ Q_2 = 20 \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Ma trận Hessian } H = \begin{bmatrix} -10 & -2 \\ -2 & -8 \end{bmatrix} \text{ xác định âm } \forall Q_1, Q_2 \geq 0.$$

Suy ra lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất tại $Q_1 = 25, Q_2 = 20$. Lợi nhuận lớn nhất là 5715. (0,5đ)

Câu 2: (2đ)

a) Trị riêng: $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -5$. (0,5đ)

$$\text{Vector riêng: } \lambda_1 = -1 \rightarrow X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \lambda_2 = -5 \rightarrow X_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Trực chuẩn hóa: } X'_1 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \lambda_2 = -5 \rightarrow X'_2 = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Đặt } C = [X'_1 \quad X'_2] \Rightarrow A = C\Lambda C^{-1} \text{ với } \Lambda = \begin{bmatrix} -1 & \\ & -5 \end{bmatrix}$$

$$A^{2020} = C\Lambda^{2020}C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1+5^{2020}}{2} & \frac{1-5^{2020}}{2} \\ \frac{1-5^{2020}}{2} & \frac{1+5^{2020}}{2} \end{bmatrix}, \det(A^{2020}) = 5^{2020} \quad (0,5\text{đ})$$

b) Hạng của A là 2, A xác định âm. (0,5đ)

Câu 3 (3đ):

a) $MQ_K = Q'_K = 16K^{-1/5}L^{1/5}, MQ_L = Q'_L = 4K^{4/5}L^{-4/5}$ (0,5đ)

Tại $K = 150, L=32$ thì $MQ_K = 11,747; MQ_L = 13,766$

Vì $MQ_K < MQ_L$ nên công ty nên tăng lao động để sản lượng tăng nhanh hơn. (0,5đ)

$$b) \frac{dQ}{dt} = Q'_K \frac{dK}{dt} + Q'_L \frac{dL}{dt} = 11,744 \times 0,4 + 13,766 \times (-0,3) = 0,569 \quad (\text{ngàn sản phẩm/năm})$$

Vậy sản lượng tăng với tốc độ 569 sản phẩm/năm. (1đ)

$$c) C = 25K + 50L = 5000 \Rightarrow K = 200 - 2L$$

$$\Rightarrow Q = 20(200 - 2L)^{4/5} L^{1/5} \quad (0 \leq L \leq 100) \quad (0,25đ)$$

$$Q'(L) = 16(200 - 2L)^{-1/5} (-2)L^{1/5} + 4(200 - 2L)^{4/5} L^{-4/5}$$

$$Q'(L) = 0 \Leftrightarrow L = 20 \Rightarrow K = 160 \quad (0,5đ)$$

$$Q(0) = 0, Q(100) = 0, Q(20) = 2111,21$$

Suy ra sản lượng đạt giá trị lớn nhất là 2111,21 sản phẩm khi lượng lao động là 2000

người và lượng vốn là 1600 tỷ đồng. (0,25đ)

Câu 4 (1,5đ)

$$a) \text{ Thị trường cân bằng } \Leftrightarrow \begin{cases} -2P_1 - P_2 + 19P_3 = 173 \\ 22P_1 - P_2 - P_3 = 93 \\ -2P_1 + 17P_2 - P_3 = 99 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_1 = 5 \\ P_2 = 7 \\ P_3 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 = 65 \\ Q_2 = 40 \\ Q_3 = 33 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$b) \text{ Thị trường cân bằng } \Leftrightarrow \begin{cases} -2P_1 - P_2 + 19P_3 = 210 \\ 22P_1 - P_2 - P_3 = 90 \\ -2P_1 + 17P_2 - P_3 = 114 \end{cases} \quad (0,25đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_1 = 5 \\ P_2 = 8 \\ P_3 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 = 85 \\ Q_2 = 42 \\ Q_3 = 40 \end{cases} \quad (0,25đ)$$

Câu 5 (1đ)

$$\begin{cases} Y - C = I_0 + G_0 \\ 0,9(1-t)Y - C = -150 \end{cases} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow Y = \frac{I_0 + G_0 + 150}{0,1 + 0,9t} \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow C = \frac{150 + 0,9(1-t)(I_0 + G_0)}{0,1 + 0,9t} \quad (0,25đ)$$

Câu 6 (1đ)

$$V = \pi r^2 h = 24\pi \Rightarrow h = \frac{24}{r^2}$$

Tổng chi phí

$$TC = C_{\text{đáy}} + C_{\text{xung quanh}} + C_{\text{trên}}$$

$$= 4\pi r^2 + 5,2\pi r h + 10\pi r^2 = 14\pi r^2 + \frac{240\pi}{r} \quad (r > 0) \quad (0,5đ)$$

$$TC'(r) = 28\pi r - \frac{240\pi}{r^2}$$

$$TC'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{60}{7}} \approx 2,047 \quad (0,25đ)$$

$$TC''(r) = 28\pi - \frac{240\pi}{r^2} > 0 \quad \forall r > 0.$$

$$\text{Suy ra } TC_{\min} = 364,23 \text{ khi } r \approx 2,047, h \approx 5,728 \quad (0,25đ)$$